



Stage de recherche en mathématiques appliquées

Approximation variationnelle de lois a priori de référence en inférence bayésienne

CEA Saclay – printemps & été 2024

Description du sujet

Les problèmes d'inférences paramétriques sont centraux en statistiques : on modélise un système par un ensemble de probabilités paramétriques $\mathcal{M} = \{\mathbb{P}_{\mathbf{X}|\theta}, \theta \in \Theta\}$ qui est supposé contenir la distribution des sorties observées $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_k)$. Le paramètre θ est alors celui qui permettra de décrire le système et le comportement des données étudiées.

L'estimation bayésienne du paramètre est souvent plébiscitée, particulièrement dans les cas où peu de données sont à disposition. En effet, le cadre bayésien permet souvent une régularisation des estimations, là où le caractère parfois instable des méthodes dites fréquentistes est décrié.

Néanmoins, les estimations a posteriori qui résultent du canevas bayésien restent tributaires du choix du prior. Selon le système étudié, la mise au point de celui-ci peut donner lieu à une influence non-négligeable sur les lois a posteriori et la question de sa subjectivité se pose alors. Dans les cas où le système considéré induit des enjeux réels, par exemple de sûreté ou de fiabilité, cette subjectivité reste à proscrire et représente un obstacle à l'auditabilité du prior employé.

C'est dans ce cadre que s'inscrit la théorie des priors de référence, qui définit des outils sur des critères dits "objectifs" pour définir la loi a priori du système d'intérêt [1, 3]. A partir de la définition d'une métrique définie sur les priors, appelée information mutuelle $I(\pi|k)$ (l'information mutuelle du prior π , lorsque k données sont observées), le principe de cette théorie consiste en la recherche du prior qui maximise cette métrique :

$$\pi^* \in \arg \max_{\pi \in \mathcal{P}} I(\pi|k). \quad (1)$$

Ce problème peut-être traité mathématiquement, mais l'expression du prior qui en résulte reste souvent d'une complexité qui croit fortement avec la dimension de Θ .

Ce stage s'inscrit dans l'idée de l'approche numérique du prior dit de référence via une méthodologie d'inférence variationnelle, dans la continuité de travaux déjà amorcés [2, 4]. Plusieurs pistes restent en effet à approfondir dans cette voie : (i) l'approximation variationnelle du prior de référence est un problème souvent mal posé, dû au caractère impropre de ces priors ; (ii) l'ajout de contraintes (moyenne, variance, quantile...) sur le problème d'optimisation (1) pour la prise en compte d'avis d'experts ; (iii) la généralisation du problème d'optimisation (1) à d'autres métriques que la Kullback-Leibler, en s'intéressant par exemple à celles proposées dans [7].

Le ou la stagiaire pourra aborder selon ses affinités un ou plusieurs de ces axes de recherche. Un but possible est l'emploi de la méthode pour la construction de lois a priori sur des réseaux de neurones pour des problèmes plus ou moins complexes.

Enfin, une application dans un cas pratique d'estimation de courbes de fragilité sismique sur un jeu de données réel est également envisageable. Ce problème d'estimation est décrit par exemple dans [5], qui propose une approche basée sur des SVMs, ou dans [6], qui propose une approche bayésienne 'objective' en faible dimension.

Références

- [1] James O. Berger, José M. Bernardo, and Dongchu Sun. The formal definition of reference priors. *The Annals of Statistics*, 37(2) :905–938, 05 2009. doi:[10.1214/07-AOS587](https://doi.org/10.1214/07-AOS587).
- [2] Clément Gauchy, Antoine Van Biesbroeck, Cyril Feau, and Josselin Garnier. Inférence variationnelle de lois a priori de référence. In *Proceedings des 54èmes Journées de Statistiques (JdS)*. SFDS, July 2023.
- [3] Joseph Muré. *Objective Bayesian analysis of Kriging models with anisotropic correlation kernel*. PhD thesis, Université Sorbonne Paris Cité, 2018. URL <https://www.theses.fr/2018USPCC069/document>. Chapter 2.
- [4] Eric Nalisnick and Padhraic Smyth. Learning approximately objective priors. In *Proceedings of the 33rd Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI)*. Association for Uncertainty in Artificial Intelligence (AUAI), 2017. doi:[10.48550/arXiv.1704.01168](https://doi.org/10.48550/arXiv.1704.01168).
- [5] Rémi Sainct, Cyril Feau, Jean-Marc Martinez, and Josselin Garnier. Efficient methodology for seismic fragility curves estimation by active learning on support vector machines. *Structural Safety*, 86 :101972, 2020. doi:[10.1016/j.strusafe.2020.101972](https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2020.101972).
- [6] Antoine Van Biesbroeck, Clément Gauchy, Cyril Feau, and Josselin Garnier. Reference prior for Bayesian estimation of seismic fragility curves. 2023. doi:[10.48550/arXiv.2302.06935](https://doi.org/10.48550/arXiv.2302.06935). arxiv.2302.06935.
- [7] Antoine Van Biesbroeck, Clément Gauchy, Josselin Garnier, and Cyril Feau. Connections between reference prior theory and global sensitivity analysis, an illustration with f -divergences. In *Proceedings des 54èmes Journées de Statistiques (JdS)*. SFDS, July 2023. URL <https://hal.science/hal-04171446>.

Encadrement Le ou la stagiaire sera accueilli(e) au laboratoire EMSI (études mécaniques et sismiques) du CEA Saclay. Il ou elle sera encadré(e) principalement par Antoine Van Biesbroeck et Clément Gauchy, mais aussi par Cyril Feau.

Contact Candidature à faire parvenir à Antoine Van Biesbroeck¹ et Clément Gauchy².

Profil Le ou la candidat(e) attendu(e) est un(e) étudiant(e) en fin de cursus M2/Grande école en statistiques, compétent(e) en programmation python ou R.

Informations complémentaires Stage de fin d'étude de 6 mois pendant la période printemps-été 2024. Rémunération de 700€ à 1300€ selon école d'origine, potentielle indemnité de résidence de 200€ par mois et remboursement possible à hauteur de 75% des frais de transport en commun. Accès au CEA Saclay par bus (91.06/91.10 au départ de Massy) ou via navette privée affrétée par le centre.

1. antoine.vanbiesbroeck@cea.fr

2. clement.gauchy@cea.fr